

1 1章 規則や条件を読みとり、表現する

整数の性質①

ねらい 与えられた文章の流れをつかみ、その考え方に沿って、数を文字式や言葉で表してみよう。

例題 右の表のA, B, Cの各段は、ある数の集まりが小さい方から順に並んでいる。次の会話文を読んで、あとの問いに答えなさい。ただし、 n は自然数であるとする。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	...	n 列 目
A	1	3	5	7	...	ア
B	2	4	6	8	...	イ
C	2	5	8	11	...	ウ

理沙：Aの段は奇数の集まりだから、 n 列目のアに入るのは、①だね。

浩司：Bの段は偶数だね。 n 列目のイに入るのは、②だ。
Cの段はどうだろう。偶数や奇数ではないね。

理沙：同じ数ずつ増えているね。それをヒントにウに入るもの
考えられないかな。

浩司：確かに、数が③ずつ増えているね。③の倍数よ
り1少ないみたいだね。

理沙：ウに入るのは④だ。ある数でわったときのあまりに
注目すると、「③でわると⑤あまる数」だね。

浩司：縦の列の数は、何かの数の集まりなのかな。

理沙：全部たしたら、Dの段のようになったよ。何かの数の集ま
りみたいだけど、必ずそうだと言えるのかな。

D	5	12	19	26	...	
---	---	----	----	----	-----	--

ポイント1
偶数・奇数・倍数について注目している。

ポイント2
数を文字式で表している。

ポイント3
ある数で割ったときのあまりについて
注目している。

(1) ①～⑤にあてはまる数や式を答えなさい。

答 ① _____ ② _____ ③ _____
④ _____ ⑤ _____

(2) 理沙さんは、Dの数の集まりについて、どんな数の集まりであるかを以下のように考えた。⑥にあてはまる文を「倍数」の言葉を使って答えなさい。また、⑦にはあてはまる式、⑧にはあてはまる文を答えなさい。

【予想】 5, 12, 19, 26, …の数の集まりは、「⑥数」の集まりだと予想できます。

【説明】 A, B, Cの段の n 列目の式をすべてたすと⑦なので、Dは予想した通りの数の集まりと言えます。また、ある数でわったときのあまりに注目すると、Dの数は「⑧数」の集まりだと言えます。

考え方 会話文の流れは、「偶数・奇数・倍数について注目する」→「文字式で表す」→「ある数でわったときのあまりについて注目する」である。**【予想】【説明】**の流れも会話文と同じ流れなので、同じように考える。

⑥ 偶数や奇数ではないので、倍数について注目する。数が①ずつ増えているので、「①の倍数より②少ない」数と考えられる。

⑦ 誘導にしたいが、各段の n 列目の式をたす。各段の n 列目の式は(1)で求めているので、

$$(Aの段)+(Bの段)+(Cの段) = (\text{③}) + (\text{④}) + (\text{⑤}) \\ = (\text{⑥})$$

⑧ $7n - 2 = 7(n - 1) + 5$ と変形できるので、「⑦でわると、⑧あまる数」であるといえる。

答 ⑥ _____ ⑦ _____
⑧ _____

練習問題

1 右の表のA, B, Cの各段は, ある数の集まりが小さい方から順に並んでいる。健太さんと久美さんは, この表について話し合った。会話文を読んで, あとの問いに答えなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	…
A	3	6	9	12	…
B	4	7	10	13	…
C	5	8	11	14	…
D	8	14	20	26	…

健太: Aの段は の倍数だね。

久美: そうだね。縦の列で比べてみると, Bの段はAの段よりも 大きい数で, Cの段はAの段よりも 大きい数になっているね。

健太: の段と の段をたしてみたら, Dのようになったよ。8は4の 倍, 14は7の 倍, 20は10の 倍だから, これは, の段を 倍したものになっているね。

久美: これって, 列がずっと増えていってもそうなっていると言えるのかな。

健太: それなら, 文字を使って説明をしてみようか。

まず, n を自然数とすると, A, B, Cの段の n 列目は, それぞれ , , と表すことができるね。

久美: の段と の段の n 列目をたすと, になるね。

健太: の段の n 列目の 倍は, だから, 同じになった。ということは, これは列が増えていっても, ずっとそうなっていると言えるね。

□(1) ①~⑪にあてはまる数や式, 記号を答えなさい。

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ① _____ | ② _____ | ③ _____ |
| ④ _____ | ⑤ _____ | ⑥ _____ |
| ⑦ _____ | ⑧ _____ | ⑨ _____ |
| ⑩ _____ | ⑪ _____ | |

□(2) 健太さんは, A, B, Cの各段の縦の列について他に調べてみたことをノートにまとめ, それがいつでも成り立つことを説明した。⑫~⑳にあてはまる数や式, 言葉を答えなさい。

【調べたこと・予想】

Aの段とCの段の積は, Eのようになった。Bの段の数について, $4^2 = 16$, $7^2 = 49$, $10^2 = 100$, $13^2 = 169$ だから, Eの段は, Bの段を した数よりも 少ない数だと考えられる。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	…
E	⑫	⑬	⑭	⑮	…

【説明】

Aの段の n 列目とCの段の n 列目の積は,

Bの段の n 列目を すると, $(\text{⑮})^2 = \text{⑯}$

したがって, Aの段とCの段の積は, Bの段を した数よりも 少ない数である。

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ⑫ _____ | ⑬ _____ | ⑭ _____ |
| ⑮ _____ | ⑯ _____ | ⑰ _____ |
| ⑱ _____ | ⑲ _____ | |
| ⑳ _____ | | |