

1

式の計算

要点のまとめ

図解 & 例

① 多項式と単項式の乗法・除法

多項式×単項式, 単項式×多項式は, 数の場合と同じように, 分配法則を用いることができる。多項式÷単項式の計算も, 多項式÷数の場合と同じようにして, 計算することができる。

$$(a+b)c=ac+bc$$

$$c(a+b)=ca+cb$$

② 多項式の乗法

かっこを使った積の形で書かれた式を計算して, 和の形に表すことを, 式を_____するという。

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

③ 乗法公式

- (1) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
- (2) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- (3) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- (4) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

④ 素因数分解

- (1) 整数がいくつかの整数の積で表されるとき, その一つひとつの数を_____という。
- (2) その数自身と1のほかに, 因数をもたない自然数を_____という。ただし, 1は素数にはいれない。
- (3) 自然数を素数の積として表すことを, _____に分解するという。

⑤ 因数分解

多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを, _____するという。共通な因数をとり出したり, 乗法公式を利用したりして因数分解する。

- (1) $Mx+My=M(x+y)$
- (2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- (3) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
- (4) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

⑥ いろいろな因数分解

- (1) 共通因数をくり出してから, 因数分解の公式を使う。
- (2) 式の中で共通な部分を他の文字におきかえて, 因数分解の公式を使う。

① 多項式と単項式の乗法・除法

$$\begin{aligned} \text{例1} \quad (2a+4b) \times 3a \\ &= 2a \times 3a + 4b \times 3a \\ &= 6a^2 + 12ab \\ \text{例2} \quad (8a^2-16a) \div 2a \\ &= \frac{8a^2}{2a} - \frac{16a}{2a} \\ &= 4a - 8 \end{aligned}$$

② 多項式の乗法

$$\begin{aligned} \text{例} \quad (2a+b)(3a-2b) \\ &= 6a^2 - 4ab + 3ab - 2b^2 \\ &= 6a^2 - ab - 2b^2 \end{aligned}$$

③ 乗法公式

$$\begin{aligned} \text{例1} \quad (x+2)(x+4) \\ &= x^2 + (2+4)x + 2 \times 4 \\ &= x^2 + 6x + 8 \\ \text{例2} \quad (x+3)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 \\ \text{例3} \quad (x-2y)^2 &= x^2 - 2 \times x \times 2y + (2y)^2 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 \\ \text{例4} \quad (x+4)(x-4) \\ &= x^2 - 4^2 \\ &= x^2 - 16 \end{aligned}$$

④ 素因数分解

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)72} \\ 2 \overline{)36} \\ 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array} \quad \begin{aligned} 72 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ &= 2^3 \times 3^2 \end{aligned}$$

⑤ 因数分解

$$\begin{aligned} \text{例1} \quad 3x^2+9x &= 3x \times x + 3x \times 3 \\ &= 3x(x+3) \\ \text{例2} \quad 9x^2-16 &= (3x)^2-4^2 \\ &= (3x+4)(3x-4) \\ \text{例3} \quad x^2+4x+4 &= x^2+2 \times x \times 2+2^2 \\ &= (x+2)^2 \\ \text{例4} \quad x^2+6x+8 \\ &\text{積が8で和が6になる2数は2と4} \\ &= x^2+(2+4)x+2 \times 4 \\ &= (x+2)(x+4) \end{aligned}$$

1 多項式の乗法

例題 1 多項式と単項式の乗法

次の計算をせよ。

$$(1) (x-3y) \times 5$$

$$(2) -3(2a+b)$$

$$(3) (-2a+b) \times 3a$$

$$(4) \frac{1}{3}x(6x-3y)$$

解 (1) $(x-3y) \times 5$

$$= x \times 5 - 3y \times 5$$

$$= 5x - 15y$$

$$(2) -3(2a+b)$$

$$= -3 \times 2a + (-3) \times b$$

$$= -6a - 3b$$

$$(3) (-2a+b) \times 3a$$

$$= -2a \times 3a + b \times 3a$$

$$= -6a^2 + 3ab$$

$$(4) \frac{1}{3}x(6x-3y)$$

$$= \frac{1}{3}x \times 6x - \frac{1}{3}x \times 3y$$

$$= 2x^2 - xy$$

アドバイス&ポイント

■ 分配法則を用いて、単項式を多項式の各項にかける。

$$(a+b)c = ac + bc$$

$$c(a+b) = ca + cb$$

類題 次の計算をせよ。

$$\square(1) (2x+3y) \times 4$$

$$\square(2) 3(2x-y)$$

$$\square(3) -\frac{3}{4}(-4a+8b)$$

確認問題

1 次の計算をせよ。

$$\square(1) (x-4y) \times (-3)$$

$$\square(2) -6(a-2b)$$

$$\square(3) 4a(2a+3b)$$

$$\square(4) -6x(x-2y)$$

$$\square(5) 5a(-2a+4b)$$

$$\square(6) (-7x+2y) \times (-x)$$

$$\square(7) -3m(5m+2n)$$

$$\square(8) (2p-7q) \times (-3p)$$

$$\square(9) -5x(-4x+3y)$$

2 次の計算をせよ。

$$\square(1) (-2a+b) \times 3ab$$

$$\square(2) -3xy(x-5y)$$

$$\square(3) 4ab(-2a+5b)$$

$$\square(4) 7xy(x-4y)$$

$$\square(5) 2a(5a+6b-c)$$

$$\square(6) (x-3y+2) \times (-2x)$$

$$\square(7) -5x(4x-y-6)$$

$$\square(8) 2xy(5x+3y-4)$$

3 次の計算をせよ。

$$\square(1) \frac{1}{2}x(4x+6)$$

$$\square(2) -6x\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)$$

$$\square(3) 8a\left(-\frac{5}{4}a + \frac{1}{2}b\right)$$

$$\square(4) \frac{1}{3}a(6a-3b+9)$$

$$\square(5) \frac{3}{5}x\left(\frac{5}{6}x - \frac{10}{3}y\right)$$

$$\square(6) -\frac{3}{4}xy\left(\frac{8}{3}x - \frac{4}{9}y\right)$$

例題 2 多項式と単項式の除法

次の計算をせよ。

(1) $(6x^2 - 9x) \div 3x$

(2) $(8x^2y - 4xy^2) \div \frac{2}{3}xy$

$$\begin{aligned} \text{解 (1)} \quad & (6x^2 - 9x) \div 3x \\ &= \frac{6x^2}{3x} - \frac{9x}{3x} \\ &= 2x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & (8x^2y - 4xy^2) \div \frac{2}{3}xy \\ &= (8x^2y - 4xy^2) \times \frac{3}{2xy} \\ &= 8x^2y \times \frac{3}{2xy} - 4xy^2 \times \frac{3}{2xy} \\ &= 12x - 6y \end{aligned}$$

アドバイス&ポイント

■ 多項式を単項式でわるときは、多項式の各項を単項式でわる。

$$(a + b) \div c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

■ 多項式を単項式でわるときは、単項式の逆数をかけてもよい。

$$\frac{2}{3}xy \text{ の逆数は } \frac{3}{2xy}$$

類題 次の計算をせよ。

□(1) $(10x + 5) \div 5$

□(2) $(-4x^2 + 12x) \div 4x$

□(3) $(14x^2 - 21x) \div \left(-\frac{7}{5}x\right)$

確認問題**1** 次の計算をせよ。

□(1) $(6a - 4b) \div 2$

□(2) $(12x - 8y) \div (-4)$

□(3) $(9xy - 3x) \div 3x$

□(4) $(a^2 + 6a) \div a$

□(5) $(6ax + 4ay) \div (-2a)$

□(6) $(-9x^2y + 6xy^2) \div 3xy$

2 次の計算をせよ。

□(1) $(x + 2y) \div \frac{1}{3}$

□(2) $(-4x + 2y) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$

□(3) $(3x^2 - 2xy) \div \frac{1}{4}x$

□(4) $(-9a^2b + 15ab) \div \left(-\frac{3}{4}b\right)$

□(5) $(-6a^2b + 9ab^2) \div \frac{3}{5}ab$

□(6) $\left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x\right) \div \frac{1}{4}x$

3 次の計算をせよ。

□(1) $(6a + 15b - 3c) \div 3$

□(2) $(4ax - 2bx - 6cx) \div (-2x)$

例題 3 多項式の乗法

次の式を展開せよ。

(1) $(a+b)(c+d)$ (2) $(a+3b)(2a-b)$

(3) $(a-2b+3)(a-b)$

解 (1) $c+d=X$ とおくと、

$$(a+b)(c+d)=(a+b)X=aX+bX$$

ここで、 X を $c+d$ にもどすと、

$$(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$$

$$=ac+ad+bc+bd$$

(2) $(a+3b)(2a-b)=a(2a-b)+3b(2a-b)$

$$=2a^2-ab+6ab-3b^2$$

$$=2a^2+5ab-3b^2$$

(3) $(a-2b+3)(a-b)=a(a-b)-2b(a-b)+3(a-b)$

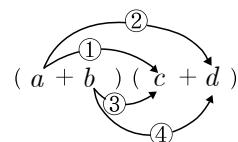
$$=a^2-ab-2ab+2b^2+3a-3b$$

$$=a^2-3ab+2b^2+3a-3b$$

アドバイス&ポイント

■ 単項式や多項式の積の形の式を、かっこをはずして単項式の和の形に表すことを式を展開するという。

■ 次のように各項をかけあわせて展開してもよい。



① ② ③ ④

$$=ac+ad+bc+bd$$

■ 展開した結果、同類項をふくむときは、同類項をまとめて簡単にしておく。

類題 次の式を展開せよ。

□(1) $(a+b)(c-d)$

□(2) $(2x-y)(x-3y)$

□(3) $(x-2y+6)(x-3)$

確認問題

1 次の式を展開せよ。

□(1) $(a-b)(x-y)$

□(2) $(a+3)(b+2)$

□(3) $(2a+3b)(c-2d)$

□(4) $(x+8)(x-2)$

□(5) $(2a+3)(3a-5)$

□(6) $(a+4b)(a-3b)$

□(7) $(4x-y)(3x+7y)$

□(8) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

□(9) $\left(\frac{1}{3}x-2y\right)\left(\frac{1}{2}x+3y\right)$

2 次の式を展開せよ。

□(1) $(a+b-3)(a-1)$

□(2) $(2a+b)(a-2b+5)$

□(3) $(x+3y)(2x+y-7)$